

Жауабы: $x_1 = 8x_3 - 7x_4$, $x_2 = -6x_3 + 5x_4$

Өз бетімен орындайтын жұмыс

1. Теңдеулер жүйесін матрицалық тәсілмен шешу және тексеру жасау:

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 5x_3 &= 4, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 &= 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 &= 2. \end{aligned} \right\}$$

2. Крамер формулалары бойынша жүйені шешу және тексеру жасау:

$$\left. \begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 &= -2, \\ 2x_1 - x_2 &= -1, \\ x_2 + x_3 &= -2. \end{aligned} \right\}$$

3. Жордан-Гаусс әдісімен жүйені шешу және тексеру жасау:

$$\left. \begin{aligned} x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= -22, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 12, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

1.5. 1- тарауға жеке үй тапсырмасы

ЖҮТ- 1.1

1. Аталған Δ анықтағыш үшін минорларды және a_{i2} , a_{3j} элементтерінің алгебралық толықтауышын табу. Δ анықтағышты есептеу: оны і жолының элементтері бойынша жіктеп; б) оны j бағанасының элементтері бойынша жіктеп; в) і жолында алдын ала нөлдерді алып.

$$1.1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix},$$

$i = 4, j = 1.$

$$1.2. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix},$$

$i = 3, j = 3.$

$$1.3. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=1.$$

$$1.4. \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=3.$$

$$1.5. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=4.$$

$$1.6. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=2.$$

$$1.7. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=3.$$

$$1.8. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=1.$$

$$1.9. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=3.$$

$$1.10. \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=2.$$

$$1.11. \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=4.$$

$$1.12. \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=2.$$

$$1.13. \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=4.$$

$$1.14. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=4.$$

$$1.15. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=3.$$

$$1.16. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=2.$$

$$1.17. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=1.$$

$$1.18. \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=4.$$

$$1.19. \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=3.$$

$$1.20. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=3.$$

$$1.21. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=2.$$

$$1.22. \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=2.$$

$$1.23. \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=4.$$

$$1.24. \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=2.$$

$$1.25. \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=3.$$

$$1.26. \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=1.$$

$$1.27. \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix},$$

$$i=3, j=4.$$

$$1.28. \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i=1, j=2.$$

$$1.29. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i=4, j=4.$$

$$1.30. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i=2, j=2.$$

2. А және В екі матрицалары берілген. а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$ - ны табу.

$$2.1. A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.2. A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$2.3. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$2.4. A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.5. A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.6. A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$2.7. A = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$2.8. A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.9. A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.10. A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$2.11. A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.12. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$2.13. A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$2.14. A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$2.15. A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$2.16. A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.17. A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.18. A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.19. A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$2.20. A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.21. A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.22. A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.23. A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.24. A = \begin{bmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$2.25. A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$2.26. A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.27. A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$2.28. A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.29. A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.30. A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Үлгі вариантты шешу

1. Аталған анықтағыш үшін

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

минорларды және a_{12} , a_{32} элементтердің алгебралық толықтауышын табу. Δ_4 анықтағышты есептеу: а) оны бірінші

Сол уақытта

$$A^{-1} = \frac{1}{39} \begin{bmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{8}{39} & -\frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ -\frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{bmatrix};$$

г) Мыналарға не боламыз

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E;$$

д) Мыналарға не боламыз

$$A^{-1}A = \frac{1}{39} \begin{bmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

яғни, кері матрица дұрыс табылды. ◀

ЖҮТ- 1.2

1. Теңдеулер жүйесінің үйлесімдігін тексеру және үйлесімдік жағдайында оны шешу: а) Крамер формулалары бойынша; б) Кері матрица көмегімен (матрицалық әдіспен); в) Гаусс әдісімен

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$$

$$1.7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases} \quad 1.14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_3 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 + 3x_3 = -6, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$1.29. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

2. Теңдеулер жүйесінің үйлесімдігін тексеру және үйлесімдік жағдайында

оны шешу: а) Крамер формулалары бойынша; б) Кері матрица көмегімен (матрицалық әдіспен); в) Гаусс әдісімен.

$$2.1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad 2.2. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2.4. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2. \end{cases} \quad 2.6. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 6, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad 2.8. \begin{cases} 5x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 6, \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

табу. (Жауабы: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ немесе $\frac{x}{4} + \frac{y}{3/2} = -1$)

4. Координаталардың басы арқылы өтетін және $y = 2x + 5$ түзумен 45 бұрыш жасайтын түзудің тендеуін жазу. (Жауабы: $3x + y = 0$.)

5. $3x + 4y - 2 = 0$ және $8x + 6y + 5$ түзулер арасындағы φ кішілеу бұрыштың шамасын есептеу. $A(13/14, -1)$ нүктесінің осы бұрыштың биссектрисасында жататынын дәлелдеу және суретін салу. (Жауабы: $\cos \varphi = 24/25 = 0,96$, $\varphi \approx 16^\circ 15'$.)

3.4 3-тарауға жеке үй тапсырмасы

ЖҮТ-3.1

1. $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, және $A_4(x_4, y_4, z_4)$, төрт нүктесі берілген. Мына тендеулерді құру:

а) $A_1A_2A_3$ жазықтықтар;

б) A_1A_2 түзуі;

в) $A_1A_2A_3$ жазықтыққа перпендикуляр, A_4M түзуі;

г) A_1A_2 түзуге параллель, A_3N түзуі;

д) A_1A_2 түзуіне перпендикуляр, A_4 нүктесі арқылы өтетін жазықтықтан

Есептеу:

е) A_1A_4 түзуі мен $A_1A_2A_3$ жазықтығы арасындағы бұрыш синусын;

ж) Оху координаттық жазықтық пен $A_1A_2A_3$ жазықтықтың арасындағы бұрыш косинусы.

1.1. $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6, 1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4, -1)$.

1.2. $A_1(3, -1, 2)$, $A_2(-1, 0, 1)$, $A_3(1, 7, 3)$, $A_4(8, 5, 8)$.

1.3. $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(5, 8, 3)$, $A_3(1, 2, -2)$, $A_4(-1, 0, 2)$

1.4. $A_1(2, 4, 3)$, $A_2(1, 1, 5)$, $A_3(4, 9, 3)$, $A_4(3, 6, 7)$

1.5. $A_1(9, 5, 5)$, $A_2(-3, 7, 1)$, $A_3(5, 7, 8)$, $A_4(6, 9, 2)$

1.6. $A_1(0, 7, 1)$, $A_2(2, -1, 5)$, $A_3(1, 6, 3)$, $A_4(3, -9, 8)$

1.7. $A_1(5, 5, 4)$, $A_2(1, -1, 4)$, $A_3(3, 5, 1)$, $A_4(5, 8, -1)$

1.8. $A_1(6, 1, 1)$, $A_2(4, 6, 6)$, $A_3(4, 2, 0)$, $A_4(1, 2, 6)$

1.9. $A_1(7, 5, 3)$, $A_2(9, 4, 4)$, $A_3(4, 5, 7)$, $A_4(7, 9, 6)$

- 1.10. $A_1(6, 8, 2), A_2(5, 4, 7), A_3(2, 4, 7), A_4(7, 3, 7)$
 1.11. $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 1), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$
 1.12. $A_1(4, 4, 10), A_2(7, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 9)$
 1.13. $A_1(4, 6, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$
 1.14. $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$
 1.15. $A_1(10, 9, 6), A_2(2, 8, 2), A_3(9, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$
 1.16. $A_1(1, 8, 2), A_2(5, 2, 6), A_3(5, 7, 4), A_4(4, 10, 9)$
 1.17. $A_1(6, 6, 5), A_2(4, 9, 5), A_3(4, 6, 11), A_4(6, 9, 3)$
 1.18. $A_1(7, 2, 2), A_2(-5, 7, -7), A_3(5, -3, 1), A_4(2, 3, 7)$
 1.19. $A_1(8, -6, 4), A_2(10, 5, -5), A_3(5, 6, -8), A_4(8, 10, 7)$
 1.20. $A_1(1, -1, 3), A_2(6, 5, 8), A_3(3, 5, 8), A_4(8, 4, 1)$
 1.21. $A_1(1, -2, 7), A_2(4, 2, 10), A_3(2, 3, 5), A_4(5, 3, 7)$
 1.22. $A_1(4, 2, 10), A_2(1, 2, 0), A_3(3, 5, 7), A_4(2, -3, 5)$
 1.23. $A_1(2, 3, 5), A_2(5, 3, -7), A_3(1, 2, 7), A_4(4, 2, 0)$
 1.24. $A_1(5, 3, 7), A_2(-2, 3, 5), A_3(4, 2, 10), A_4(1, 2, 7)$
 1.25. $A_1(4, 3, 5), A_2(1, 9, 7), A_3(0, 2, 0), A_4(5, 3, 10)$
 1.26. $A_1(3, 2, 5), A_2(4, 0, 6), A_3(2, 6, 5), A_4(6, 4, -1)$
 1.27. $A_1(2, 1, 6), A_2(1, 4, 9), A_3(2, -5, 8), A_4(5, 4, 2)$
 1.28. $A_1(2, 1, 7), A_2(3, 3, 6), A_3(2, -3, 9), A_4(1, 2, 5)$
 1.29. $A_1(2, -1, 7), A_2(6, 3, 1), A_3(3, 2, 8), A_4(2, -3, 7)$
 1.30. $A_1(0, 4, 5), A_2(3, -2, 1), A_3(4, 5, 6), A_4(3, 3, 2)$

2. Келесі есептерді шешу.

2.1. $x-4y+5z-1=0$ жазықтықтарына параллель $M(-2,7,3)$ нүкте арқылы өтетін жазықтықпен координаталар осьтерінде қиылатын кесінділердің шамаларын табу. (Жауабы: $-15, 15/4, -3$.)

2.2. Егер $M_1(1,5,6), M_2(-1,7,10)$ болса, осы кесіндіге перпендикуляр M_1M_2 кесіндінің ортасы арқылы өтетін, жазықтықтар тендеуін құру. (Жауабы: $x-y-2z+22=0$.)

2.3. $M(2;0;-0.5)$ нүктелерден $4x-4y+2z+17=0$ жазықтықтарға дейінгі қашықтықты табу. (Жауабы: $d=4$.)

2.4. Оху жазықтыққа параллель $A(2,-3,5)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтықтар тендеуін құру. (Жауабы: $z-5=0$.)

2.5. Ох осі мен $A(2,5,-1)$ нүкте арқылы өтетін жазықтықтар тендеуін құру. (Жауабы: $y+5z=0$.)

2.6. Оу осьтеріне параллель $A(2,5,-1), B(-3,1,3)$ нүктелері